

			7		2			
		9				6		
	4						3	
		2				4		
		3	9		5	1		
6								5
			1		6			
2								7
7		1	8		4	9		6

TWINS – eine Lösungsstrategie für schwere Sudokus

von Detlev

Zunächst einige Worte zu den üblichen Lösungsmethoden beim Sudoku. Wir unterscheiden beim Sudoku *direkte* und *indirekte Treffer*. Direkte Treffer erhalten wir durch unsere beiden Standardverfahren: Wir suchen Ziffern, die nur an einem Ort möglich sind und Felder, in denen nur eine Ziffer stehen kann. Damit beginnen wir in aller Regel ein Sudoku. Nennen wir diese Standardverfahren entsprechend *direkte Methoden*.

Indirekte Treffer entstehen dadurch, dass wir für ein Feld mehrere Möglichkeiten erkennen, eine Ziffer setzen zu können. Wir tragen diese Möglichkeiten als kleine Ziffern ein, meist *Kandidaten* genannt. Es gibt eine große Zahl derartiger *indirekter Methoden*, die das Verhältnis der Kandidaten zueinander untersuchen und auf diese Weise manche von ihnen ausschließen. Dieses Streichen von Kandidaten ergibt dann im Idealfall *indirekte Treffer*. Indirekt deshalb, weil sie sich nicht logisch aus den bisher gefundenen Treffern ergeben, sondern durch Ausschluss von *Treffermöglichkeiten*.

Haben wir ein frisches Sudoku vor uns, wissen wir zu Anfang nicht, ob wir es mit direkten Methoden lösen können oder ob wir Kandidaten einsetzen müssen. Es hat sich eingebürgert, dass alle als "leicht" und "mittelschwer" bezeichneten Sudokus "kandidatenfrei" sind, also mit den direkten Methoden zu lösen sind, eine Garantie dafür gibt es jedoch nicht. Die zugewiesenen Schwierigkeitsgrade sind letztlich subjektive Beurteilungen der Autoren.

Es besteht eine gewisse Scheu unter den Sudoku-Freunden, Kandidaten zu verwenden. Manche der *indirekten Methoden*, die sich auf Kandidaten stützen, sind nämlich äußerst komplex, und sie haben mit dem Rätselalltag so wenig zu tun wie etwa Formel-1-Autos mit unserem Straßenverkehr. Doch ist auch bekannt, dass die als "schwer" bezeichneten Sudokus höchstens eine Handvoll solcher Lösungsschritte benötigen, und dabei kommen nur die einfachsten indirekten Methoden zur Anwendung, wie zum Beispiel *Pointing Pairs*, *Hidden Pairs*, *Naked Pairs* oder *Block-Block-Interaction*. Mehr wollen die Verlage der Sudoku-Gemeinde in aller Regel nicht zumuten. Nur in den "superschweren" oder "teuflisch schweren" Sudokus werden schwierigere Methoden platziert.

Normalerweise wird zwischen den direkten und indirekten Methoden ein deutlicher Trennstrich gezogen. Man versucht, möglichst viele direkte Treffer zu finden, und je nach Erfahrung gelingt dies meistens mit mehr oder weniger Zeitaufwand. Kandidaten werden erst verwendet, wenn man stecken bleibt, und dann dauert es wieder eine ganze Zeit, bis man sie alle eingetragen hat. Erfahrene Sudoku-Freunde setzen Kandidaten nur dort ein, wo sie am ehesten einen Lösungsfortschritt versprechen. Auch der persönliche Stil, ob man generell eher zu intuitivem oder zu systematischem Vorgehen neigt, spielt eine Rolle. Meine Frau löst Sudokus ganz anders als ich, sie verwendet auch indirekte Methoden sehr intuitiv und löst

manches Sudoku schneller als ich, ohne je eine Methode wie *XYZ-Wing* oder *Hidden Triples* einstudiert zu haben.

Diese Standortbestimmung war wichtig, um zu verstehen, wie TWINS arbeitet. TWINS ist eine eigene Strategie, eine *Kombination von direkten und indirekten Methoden*, die an sich strenge Trennung zwischen diesen Verfahren wird aufgehoben. Um sie neugierig zu machen, werden die Vorteile von TWINS vorweg zusammengefasst. Dann folgt eine kurze Wiederholung der Standardtechniken (für Ungeübte), und danach werden wir uns mit der sehr einfachen TWINS-Strategie ausführlich beschäftigen. Übrigens: Es ist gut möglich, dass Sie diese Strategie bereits verwenden, intuitiv oder so systematisch, wie ich sie vorstelle.

1. TWINS verwendet von Beginn an Kandidaten, doch auf eine ganz besondere Weise: Ein TWIN-Kandidat wird so eingetragen, dass seine Streichung *immer* zu mindestens einem direkten Treffer führt. Damit ist jeder TWIN-Kandidat gewissermaßen ein "halber Treffer".
2. TWINS verwendet Kandidaten auch dann, wenn ein direkter Treffer ohne Kandidaten möglich wäre. Die Strategie verwendet Kandidaten größtenteils auf andere Weise als sonst: als Gedächtnisstütze.
3. Die besondere und dabei sehr einfache Art und Weise, wie TWIN-Kandidaten eingetragen werden, ermöglicht wie nebenbei die Anwendung der einfachen Kandidatentechniken. Damit wird die Mehrzahl auch der schweren Sudokus lösbar. Diese indirekten Methoden zeigen sich auf sparsamste Weise, und auch Anfänger können die Logik einfacher Paartechniken verstehen lernen.
4. Neben den Paartechniken macht TWINS auf einfache Weise auch Methoden wie *Block-Block-Interaction*, *Block-Line-Interaction* und *Pointing Pairs* verständlich, ohne dass wir diese Methoden gesondert erlernen müssen. Sie ergeben sich von selbst, und die sparsame Methode, wie TWINS Kandidaten verwendet, lässt diese Lösungen sehr gut erkennen. Damit ist die TWIN-Strategie auch sehr gut zur Schulung geeignet.

Zur Verständigung ist es sinnvoll, die verwendeten Begriffe zu definieren.

Verwendete Begriffe:

Treffer: Eine gefundene Ziffer

Kandidat: Eine Möglichkeit (unter mehreren) für einen Treffer

Paar: Zwei Kandidaten für ein Feld

Block: Eines der neun 3x3 – Raster eines Sudoku.

Siehe Abb. rechts: Die Blöcke werden mit Ziffern bezeichnet. Block 1 liegt also links oben (mit 3,4,2 und 1), Block 5 ist der mittlere (mit 6,4 und 8), usw.

Gebiet: Die einem Feld bzw. einer Ziffer zugehörige Reihe, Spalte und der zugehörige Block

Feldkoordinaten: z.B. „(5,2)“, meint das Feld im Schnittpunkt waagrecht Reihe 5, senkrecht Spalte 2.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Die Standardtechniken

Für diejenigen, die sich noch nie vor ein Sudoku gesetzt haben: Die Aufgabe besteht darin, die leeren Felder mit Ziffern von 1 bis 9 zu füllen. Dabei darf jede Ziffer in jeder Reihe, in jeder Spalte und in jedem Block nur einmal vorkommen, sie muss es aber auch. Der Name „Sudoku“ bedeutet genau dies: Eine Ziffer steht für sich allein.

Im angloamerikanischen Sprachraum verwendet man die hübsche Metapher, dass eine Ziffer eine andere nicht „sehen“ darf. Man stelle sich vor, dass der Block, in dem die Ziffer steht, sowie ihre Reihe und Spalte Wände haben. Im eigenen Block kann sich eine Ziffer „umsehen“, ansonsten nur entlang ihrer Korridore schauen. Dabei darf sie sich weder als Treffer noch als Kandidat „sehen“ – entsprechend der Wortbedeutung von „Sudoku“.

Beispiele: Vier Treffer durch die direkten Methoden

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		3						4	
2		4	2				9	3	
3	1			6		4			2
4		2			8	1		9	
5			7				1		
6		1	5				8	2	
7	5			1		2			9
8									
9	3			4		6			8

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		3						4	
2		4	2				9	3	
3	1			6		4			2
4		2			8			9	
5			7				1		
6		1	5				8	2	
7	5			1		2			9
8	2								
9	3			4		6			8

Zwei Scann-Beispiele für direkte Treffer aus der Startphase des Sudoku, mit dem wir später arbeiten werden; links für die 1, rechts für die 2:

Die von den bisherigen 1ern und 2ern besetzten („gesehenen“) Gebiete sind hellblau, die *möglichen* Felder für die Ziffern grau gefärbt. Die roten Ziffern sind jeweils die beiden einzig möglichen direkten Treffer, da nur jeweils ein graues Feld im Block für die 1 bzw. die 2 übrig bleiben. Zum rechten Beispiel: Wir erkennen, dass damit sofort eine weitere 2 in das Feld (9,7) eingesetzt werden kann und muss, da Feld (8,7) von der neuen 2 „gesehen“ wird.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1				9	2	5		4	
2			4			7		1	2
3	7			4		4	8		6
4	9		1	8				6	
5		8				9	4		7
6					3				
7	8		6						4
8	2	9		7	4		5		
9			7	2		8		3	9

Es ergibt sich die erste 4 in Feld (1,8): Im oberen, mittleren Block kann die 4 nur in der dritten Reihe stehen, damit ist die mögliche 4 in Feld (3,8) ausgeschlossen.

Auch Kandidaten können also, wenn sie im Block nur auf einer Linie liegen, in diese Richtung „sehen“.

Die beiden 4er sind ein TWIN, wie gleich erläutert wird, doch man erkennt den Treffer für (1,8) auch ohne Eintrag der 4er Kandidaten. Er ist also ebenfalls ein *direkter Treffer*.

Die 3 in Feld (9,8) entspricht der anderen Logik der direkten Treffer: Es gäbe in Reihe, Spalte und Block noch andere *Möglichkeiten* für die 3, doch hier ist sie notwendig, es ist die *einzig fehlende* Ziffer für diese Gebiete (alle anderen 8 Ziffern "sehen" das Feld, können also selbst dort nicht stehen).

TWINS - Die Grundregel

Um es zu wiederholen: TWINS ist keine neue Lösungstechnik, sondern eine sehr effektive Gedächtnisstütze für schwere Sudokus.. Die Grundregel des TWINS beschreibt bereits das gesamte, sehr einfache Prinzip, alles Weitere ergibt sich als logische Folge davon. Sie lautet:

Die Grundregel:

Setze in die Blöcke von Beginn an Kandidaten, jedoch nur dann, wenn es zwei Möglichkeiten für einen Treffer gibt.

Es gibt also drei Bestandteile der Grundregel: 1) Wir arbeiten von Beginn an mit Kandidaten, ganz anders, als wir es gewohnt sind, 2) wir orientieren uns für die Ermittlung der Kandidaten nur an den Blöcken, und 3) wir verwenden nur Doppelkandidaten. Wir werden sehen, dass wieder einmal weniger mehr ist, und welche eleganten Schlussfolgerungen diese Technik erlaubt.

(Um es vorwegzunehmen: Teil 2 der Grundregel - die Orientierung an Blöcken - erlaubt eine kleine Ausnahme. Wir dürfen auch Doppelkandidaten einsetzen, wenn Sie sich als Paare und zwingend aus Reihe oder Spalte ergeben, doch dürfen wir sie wiederum nur innerhalb eines Blocks einsetzen. Wir kommen im Absatz "Härtetest" darauf zurück.)

Wie beginnen wir also ein Sudoku? Wir nehmen uns nacheinander die Ziffern von 1 bis 9 vor. Für jeden Block, am besten der Reihe nach, prüfen wir, ob wir einen direkten Treffer für die Ziffer setzen können. Ist das nicht der Fall, prüfen wir die Zahl der möglichen Orte innerhalb dieses Blocks. (Falls Sie am liebsten intuitiv arbeiten: Das geht natürlich - vielleicht geht das schneller, vielleicht übersehen Sie auch etwas.)

*Sind es **zwei und nur zwei** mögliche Orte, tragen wir die Ziffer klein als Kandidat in diese Felder ein.*

Die unmittelbaren Vorteile:

1. Kann im weiteren Verlauf einer der beiden Kandidaten gestrichen werden, kann der andere sofort als Treffer gesetzt werden.
2. Stehen die Kandidaten direkt nebeneinander (nicht diagonal zueinander), schließen sie weitere gleich lautende Kandidaten in ihrem gemeinsamen "Blickfeld" aus.
3. Werden zwei unterschiedliche Kandidaten in dasselbe Feld eingetragen, entstehen zwei Paare (im Englischen *Naked Pairs* oder *Hidden Pairs*), über die sich jeder Sudoku-Kenner freut: Sie erlauben sofort den Ausschluss anderer Kandidaten. In unserem Beispiel-Sudoku, das wir mit der TWINS-Strategie gleich lösen, werden wir solche Paare wieder finden und erläutern - vielleicht kennen Sie die Technik ja noch nicht.

Es ist klar, dass dabei viele Felder oder gar Blöcke ganz leer bleiben. Doch das stört nicht, im Gegenteil, es erleichtert den Überblick.

Beim Eintrag der Kandidaten ist Sorgfalt wichtig, es darf nicht mehr als zwei Möglichkeiten geben, sonst machen wir unweigerlich Fehler. Wer im Scannen noch nicht sehr geübt ist, wird etwas länger brauchen, um mit der Technik gut vertraut zu sein.

Ein Praxistest

Schauen uns praktisch und ausführlich an, wie uns TWINS hilft. Nehmen wir ein für Übungszwecke nicht allzu kniffliges Sudoku. Es ist ein Beispiel aus meiner eigenen Werkstatt. In der Tagespresse würde es vielleicht das Prädikat „mittelschwer“ erhalten. Es ist auch ohne den Eintrag von Kandidaten, also nur mit den direkten Methoden lösbar, doch dauert das länger und ist umständlicher als mit TWINS. Zumindest wage ich das zu behaupten. Finden wir es gemeinsam heraus!

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		3						4	
2		4	2				9	3	
3	1			6		4			2
4		2			8			9	
5			7				1		
6		1	5				8	2	
7	5			1		2			9
8									
9	3			4		6			8

Ziffernverteilung:

1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				

Sie finden im Anhang dieses Sudoku vergrößert. Um die Strategie zu erlernen, ist **sehr** zu empfehlen, es auszudrucken und die Schritte mit dem Bleistift parallel nachzuvollziehen.

Die Grundregel zur Erinnerung: Wir setzen von Beginn an alle doppelten Möglichkeiten *und nur diese* (deshalb „TWINS“) jeder Ziffer in die Blöcke – Treffer werden natürlich sofort vermerkt. Wir beginnen mit Ziffer 1, nacheinander über alle 9 Blöcke hinweg.

Direkte Treffer werden grau unterlegt, die gefundenen TWINS in gelber Farbe.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		3			1			4	1
2		4	2		1		9	3	1
3	1			6		4			2
4		2			8	1		9	
5			7				1		
6		1	5				8	2	
7	5			1		2			9
8			1					1	
9	3		1	4		6		1	8

Ziffer 1

Die Kandidaten in den Blöcken 2, 3 und 7 ergeben sich durch einfaches Scannen, ebenso wie der Treffer mit der 1 in Block 5.

Ein erster Vorteil der Strategie zeigt sich in Block 9: Da die 1 in Block 3 nur in Spalte 9 vorkommen kann, trifft dies auch für die gesamte Spalte zu. In (8,9) kann also keine 1 stehen. Das erlaubt den Eintrag der TWINS in Block 9.

Die 1er in Block 2 wurden eingesetzt, nachdem die 1 in (4,6) gefunden wurde, es wurden also die Folgen dieses direkten Treffers sogleich berücksichtigt, dies werden wir in der Folge so machen.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		3		2	12			4	¹
2		4	2		¹		9	3	¹
3	1			6		4			2
4		2			8	1		9	
5			7	²	²		1		
6		1	5				8	2	
7	5			1		2			9
8	2		¹					¹	
9	3		¹	4		6	2	¹	8

Ziffer 2

Nach dem Durchgang. Noch hat TWINS kaum Wirkung gezeigt, doch das ändert sich bald.

(Vielleicht haben Sie es bemerkt: Das Sudoku und auch das Scannen für die 1 und die 2 decken sich mit dem ersten Einführungsbeispiel oben)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		3		2	12			4	¹
2		4	2		¹		9	3	¹
3	1			6	3	4			2
4		2	3		8	1		9	
5			7	²	²		1		³
6		1	5				8	2	³
7	5			1		2	3		9
8	2		¹	³		³		¹	
9	3		¹	4		6	2	¹	8

Ziffer 3

Den indirekten Treffer in Block 9 konnten wir erhalten, weil wir die 3er-Kandidaten in Block 8 notiert haben. Innerhalb von Block 8 muss die 3 in Reihe 8 stehen, deshalb scheidet sie für die übrigen Blöcke in dieser Reihe aus.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		3		2	12			4	¹
2		4	2		¹		9	3	¹
3	1			6	3	4			2
4		2	3		8	1		9	
5			7	²	² ₄		1		³
6		1	5		⁴		8	2	³
7	5		⁴	1		2	3		9
8	2		¹	³		³ ₄		¹	⁴
9	3		¹	4		6	2	¹	8

Ziffer 4

Die 4er TWINS in Block 9 erlauben sofort, den zuvor in Feld (8,3) stehenden Twin zu streichen.. Deshalb kann die 4 in Feld (7,3) gesetzt werden.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		3		2	12			4	1
2		4	2		1		9	3	1
3	1	5		6	3	4			2
4		2	3		8	1		9	
5			7	2	4 6		1		3
6		1	5		4 6		8	2	3
7	5		4	1		2	3		9
8	2		1		3		4	1	4
9	3		1	4		6	2	1	8

Ziffer 5 und 6

Mit einem Treffer in Block 1 ist die Ausbeute mit der 5 recht mager, doch sie kam ja nur zwei Mal vor.

Mit den zwei 6en ist es auf den ersten Blick genauso, doch weit gefehlt!

In Block 5 finden wir in Spalte 5 jetzt die Kandidaten 2,4,6 und 4,6. Wir sind der Grundregel treu geblieben und haben nur zwei Möglichkeiten eingetragen. Das bedeutet, dass die 4 *und* die 6 entweder in (5,5) oder in (6,5) vorkommen *müssen*. Diese Kandidaten 4 und 6 besetzen also beide Felder. Damit scheidet die 2 in (5,5) als Möglichkeit aus.

Doch das hat weitere Folgen: Damit muss die 2 in (5,4) stehen und ist demzufolge in (1,4) zu streichen bzw. in (1,5) als Treffer einzusetzen. Die 2 muss ja in einem der beiden Felder stehen! Dies führt wiederum zur 1 in (2,5) und in (1,9).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		3			2		6	4	1
2		4	2		1		9	3	6
3	1	5		6	3	4			2
4		2	3		8	1		9	
5			7	2	4 6		1		3
6		1	5		4 6		8	2	3
7	5		4	1		2	3		9
8	2		1		3		4	1	4
9	3		1	4		6	2	1	8

Ziffer 6

Dies ist also die Situation nach dem Durchgang mit der 6 – er hat vier Treffer erbracht, obwohl die 6 nur so spärlich vertreten ist. Der Ausgangspunkt der Treffer war jene Logik der „Naked Pairs und Hidden Pairs“, die wir wiederum gemäß unserer Strategie der TWINS auch ohne weitere Kandidaten anwenden konnten.

Sind die Paare wie hier die 4 und 6 in einer Reihe oder Spalte zu finden, bedeutet das natürlich auch, dass diese beiden Ziffern auch für den Rest der Reihe bzw. Spalte außerhalb des Blocks gestrichen werden können *oder danach gar nicht mehr eingesetzt werden können*. Erfahrene erkennen, dass damit die 7 in Feld (7,5) stehen muss, doch schauen wir vorläufig nur nach unseren restlichen „TWINS“. Wir werden dieser Paartechnik noch einmal begegnen.

Bitte scannen Sie jetzt nach der TWINS-Strategie auf Ihrem Sudoku für die 7, 8 und 9!

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7	3	8	9	2		6	4	1
2	7	4	2	8	1	8	9	3	6
3	1	5	9	6	3	4		8	2
4		2	3		8	1		9	
5	8		7	2	4 6	9	1		3
6	9	1	5		4 6	3	8	2	3
7	5	8	4	1		2	3		9
8	2		1		3		4	1	4
9	3		1	4		6	2	1	8

Ziffer 7,8 und 9

Inzwischen ist Ihnen die Strategie vertrauter, und ich springe zu dem (noch nicht ganz vervollständigten) Zwischenbild nach dem Durchgang mit der 9. Vergleichen Sie Ihr Resultat mit der Abbildung!

Beachten Sie, wie die 8 in Block 7 gefunden wurde und wie sie zur 8 in Block 4 und 1 führte. Auf gleiche Weise wurde die 9 in Block 1 erhalten. Die doppelte 9 in Block 7 erlaubte den Treffer 9 in Block 4 und – jetzt kommt wieder die Paartechnik ins Spiel – die 9 in Block 5. Die beiden Felder mit 4 und 6 sind ja quasi tabu. Daraus folgte die 9 in Block 2.

Was im Bild noch fehlt: Es können weitere TWINS und Treffer nachgetragen, wie die 6 in Block 1, obwohl das allmählich nicht mehr notwendig ist. Wir setzen die fehlende 7 in Reihe 3 ein, sehen, dass in (4,1) die 4 stehen muss und die 6 in (5,2), und so weiter. Die 7 in Feld (7,5) ist klar, da die beiden anderen der Spalte noch fehlenden Ziffern, 5 und 9, bereits in der Reihe vorhanden sind.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	6	3	8	9	2	7	5	4	1
2	7	4	2	8	1	5	9	3	6
3	1	5	9	6	3	4	7	8	2
4	4	2	3	5	8	1	6	9	7
5	8	6	7	2	4	9	1	5	3
6	9	1	5	7	6	3	8	2	4
7	5	8	4	1	7	2	3	6	9
8	2	⁷ ₉	¹ ₆	3	⁵ ₉	8	4	¹ ₇	5
9	3	⁷ ₉	1	4	⁵ ₉	6	2	¹ ₇	8

Wir können an beliebiger Stelle fortfahren und haben bereits neben TWINS andere Methoden eingesetzt. Hier noch einmal eine Momentaufnahme der sich praktisch von selbst lösenden Endphase der *Naked Singles*. Haben Sie mitgeschrieben und das Sudoku in geschilderter Weise fortgeführt, dann stellten Sie fest, dass in Block 5 zwei Paare „37“ in (6,4) und (6,6) entstanden sind. Sie schlossen die 3 in Feld (6,9) aus, was weitere Folgen hatte. Die Vervollständigung der Reihen 4 und 5 ist problemlos, und so geht es weiter.

Einige weitere *Naked Pairs* haben sich dazu gefunden, nicht alle werden benötigt.

Vielleicht kommen Sie bei Ihrer eigenen Lösung nicht genau zu diesem Bild, in der Schlussphase gibt ja immer mehrere Wege.

Voilà!

Ergänzungen zur Grundregel

Nicht immer geht ein Sudoku so leicht auf wie in unserem Beispiel. Und: TWINS sucht ja nur nach *Hidden Singles*, also für den einzig möglichen Ort für eine Ziffer. Wir setzen damit also willkürlich den Schwerpunkt auf eine Strategie. Es ist jedoch genau jene Strategie, die zu Anfang die meisten Treffer erbringt; die *Naked Singles* sind es dann in der Endphase..

Es versteht sich von selbst, dass wir die TWINS immer durch andere Standardverfahren ergänzen, vor allem durch die direkten Methoden.

Also scannen wir im Mittelteil und vor allem gegen Ende des Lösungsweges immer wieder an den Kreuzungspunkten von Reihen, Spalten und Blocks. Oder wir schauen quer, falls in einer Reihe oder Spalte nur noch wenige Ziffern fehlen – manchmal „sehen“ fehlende Ziffern auf solche leeren Felder und schließen sich selbst damit aus.

Auf diese Weise gefundene, direkte Treffer stören uns bei den TWINS keinesfalls, im Gegenteil. Beim obigen Beispiel-Sudoku spielte das eine geringere Rolle, bei anderen, wie beim schweren, dritten Beispiel im Anhang ist es wichtiger.

Zur Erinnerung und für Ungeübte: Um einen „Naked Single“, also eine für ein Feld *einzig mögliche* Ziffer zu finden, ist es erforderlich, dass alle anderen acht Ziffern das betreffende Feld „sehen“ – entweder als Treffer oder als Mehrfach-Kandidat („Zwilling“ oder gar „Drilling“). Wer das noch üben möchte, vergleiche im obigen Beispiel, wie die 7 in Feld (7,5) zu finden war. Im zweiten Beispiel-Sudoku im Anhang erhalten Sie auf ähnliche Weise die erste 8.

Was ich für ebenso wichtig halte, ist ein zweiter Schnelldurchlauf mit der „TWINS“-Strategie:

TWINS ist nicht nur für einen Durchlauf gut! Es ist immer sinnvoll, nach dem ersten Komplettdurchgang aller Ziffern mit TWINS und dem ersten Prüfen auf *Naked Singles* von vorne zu beginnen, *jedoch mit einem abgekürzten Schnelldurchlauf*. Das bringt manchmal weitere Treffer, zumindest Kandidaten. Die Vorgehensweise ist einfacher und schneller, Sie beginnen jetzt zur Abwechslung nicht mit den Ziffern, sondern mit den Blocks aus Ausgangspunkt.

1. Sie nehmen sich die Blöcke vor, in denen bereits ein Treffer gesetzt werden konnte. Sie prüfen *nur für fehlende Ziffern dieses Block*, das sind solche, die weder als Treffer noch als Kandidaten genannt ist und scannen dann, ob sich für die freien Felder innerhalb des Blocks neue Treffer oder neue „Twin“- Kandidaten ergeben.
2. Die im ersten Durchgang gefundenen Treffer „sehen“ natürlich in alle Richtungen außerhalb des Blocks, auch das erlaubt weitere Treffer und „TWINS“. Nachdem Sie die Blocks überprüft haben, scannen Sie noch einmal kurz, jetzt mit Ihren Treffern als Ausgangspunkt.
3. Nicht vergessen: TWINS in einer gemeinsamen Reihe oder Spalte schließen die gleiche Ziffer außerhalb des Blocks aus. In einigen Fällen ergibt das im zweiten Komplettdurchgang neue TWINS in den Nachbarblöcken oder sogar Treffer, siehe unser Beispiel für die Ziffer 4.

Den ersten Durchgang mit den Ziffern 1 bis 9 erledige ich streng der Reihe nach, dann folgt ein zweiter Schnelldurchlauf, wie eben geschildert. Ich habe mir angewöhnt, danach bei weiteren Treffern sofort zu prüfen, ob er weitere TWINS oder Treffer ermöglicht. Mit der Zeit geht dieses Kurzscannen sehr schnell, ich mache das nicht nur für Treffer mit der gerade behandelten Ziffer, sondern auch für jene Treffer, die nach Kandidatenstreichungen entstanden. Zugegeben, zu Anfang mag das viel Geduld und Konzentration erfordern, doch diese Schulung ist ja einer der Gründe, weshalb wir Sudokus lösen – natürlich abgesehen vom Spaß und dem Erfolgserlebnis. Mit der Zeit bekommen Sie ohnehin den richtigen Scann-Blick, ob nun mit oder ohne TWINS.

Möchten Sie weitermachen? Dann noch weitere ergänzende Hinweise:

Eine weitere Testmöglichkeit

Das obige Beispiel-Sudoku ist auch ohne die Ziffern in den Feldern (3,1) und (3,9) gut lösbar, die nette Symmetrie bleibt dabei erhalten. Wenn sie diese beiden Ziffern streichen, wird das Sudoku etwas kniffliger. Doch TWINS hilft wie zuvor auch, an einigen Stellen sogar mit besonders gutem Effekt. Je schwerer ein Sudoku ist, desto wichtiger wird es, zwischendrin die Gebiete nach *fehlenden* Ziffern abzusuchen. Dabei sind wiederum die Paare, die TWINS fand, sehr hilfreich.

Im Anhang finden Sie ein weiteres, auf den ersten Blick eher als „schwer“ einzustufendes Sudoku mit nur 17 Anfangsziffern, und auch hier hilft TWINS hervorragend. Probieren Sie es aus!

Und ein Härtetest!

Ich habe im Anhang ein drittes, nur für Prüfzwecke konstruiertes Sudoku beigelegt, das zu Anfang *keinen* direkten Treffer zulässt. Das war Absicht und stellt natürlich ein Extrembeispiel dar. Bei diesem Sudoku werden Sie in der ersten Reihe mit etwas Tüftelei ein *Naked Pairs* erkennen, das sich nicht durch TWINS ergibt, sondern als einzig mögliche Kandidaten für zwei Felder. Daran erkennen wir, dass wir parallel stets den Einsatz weiterer Lösungsmethoden prüfen sollten.

Es gibt viele "schwere" Sudokus, bei denen das Scannen für direkte Treffern nach 5 bis 10 Ziffern nicht mehr funktioniert. Was tun Sie, wenn Sie solch ein Sudoku lösen möchten? Ich habe jedenfalls früher sämtliche Kandidaten eingetragen, eine mühsame Angelegenheit. Oder ich habe das Sudoku in mein Computerprogramm eingegeben und mir die Kandidaten eintragen lassen. Möglicherweise kennen Sie solche Programme, auch das Internet ist voll davon.

Kleiner Exkurs zu Computerprogrammen

Jedes Sudoku-Computerprogramm kann Kandidaten anzeigen. Beim dritten Beispiel im Anhang zeigte die erste Berechnung 213 davon! Zu Anfang ist auch dieses Bild entmutigend. Ein einziges „Naked Pair“ ist zu sehen!

Mein erstes Sudoku-Programm (für den Handheld) habe ich mir zugelegt, als ich einerseits der leichten Sudokus überdrüssig war und mich andererseits – bei den eher schweren Sudokus – der Eintrag von Unmengen von Kandidaten zu nerven begann. Mit einem Klick bekam ich alle Kandidaten und begann, sie nach und nach wegzuklicken, doch dann mit latentem Kopfweh wegen der andauernden Konzentration, und dabei ging es nur darum, Überflüssiges zu streichen!

Interessant ist Folgendes: Wenn ich heute dieses Programm benutze und manuell, also ohne Kandidatenvorgabe mit den TWINS arbeite, zeigt mir das Programm Fehler an! Das ist nicht verwunderlich, da manchmal 4 gleiche, einzelne Kandidaten in einem Block stehen, und das ist laut vorgegebener Sudoku-Logik nicht erlaubt. Das Programm akzeptiert also nicht, dass ich die Kandidaten anders benutze, nämlich als rein „menschliche“ Gedächtnisstütze.

Und auch mein selbst geschriebenes Programm findet manche Treffer anders und oft sehr viel später, als es die TWINS-Strategie erlaubt.

Wie arbeiten Computerprogramme, wenn sie ein Sudoku lösen? Es gibt zwei Varianten. Die eine errechnet aus den vorgegebenen Ziffern das *mögliche* Sudoku, das gleichsam verborgen darunter liegt. Diese Programme errechnen auch eine „Lösung“, wenn das Sudoku nur eine einzige Ziffer (oder auch gar keine!) zeigt. Und damit „lösen“ diese Programme auch Sudokus, die mehrere Lösungen bieten, das ist natürlich nicht statthaft. Und sie produzieren sie auch. Mancher von uns ist schon entnervt auf solch eine Mehrfachlösung gestoßen, die ein schlechtes Programm erzeugt hat.

Diese Programme sind sehr schnell im Lösen, jedoch „blind“. Eine konsequente Erweiterung der Programmierung bestand darin, nur solche Sudokus zu generieren, die nur eine einzige Lösung erlauben. Doch wie diese Lösung dann tatsächlich auf „menschlichem Wege“ gefunden werden kann, verrät das Programm nicht. Die zweite Variante von Programmen löst Sudokus *logisch*, wie wir selbst es tun. Das Schreiben solcher Programme ist *sehr* viel schwerer. Das Beste, was ich dazu kenne, ist der [„Sudoku Solver“ von Andrew Stuart](#). Doch auch diese Programme arbeiten sehr systematisch. Das Programm, das ich selbst geschrieben habe, macht da keine Ausnahme. Wie soll eine Maschine denn sonst arbeiten? Zuerst werden alle direkten Treffer gesucht, daraufhin die restlichen Kandidaten errechnet. Dann werden jene, zunehmend komplexer werden, den Methoden gestartet, die nach und nach die Kandidaten ausschließen, zum Teil auf High-Tech-Niveau, kundige Leser kennen das.

Es ist einleuchtend, dass beide Varianten mit so etwas wie den TWINS nicht zurecht kommen und mit Fehlermeldungen quittiert, denn die Kandidaten werden ja anders - nicht computerlogisch - ausgewertet. Es wäre jedoch nichts als Spielerei, wollte man einem Computerprogramm beibringen, TWINS zu verwenden. Die Strategie sollte Leuten wie mir vorbehalten bleiben, die Sudokus noch am liebsten mit Bleistift und Radiergummi lösen.

Wenn Sie Interesse an TWINS gefunden haben, schlage ich Ihnen vor, die Strategie an dem dritten Extrembeispiel im Anhang einem Hörtetest zu unterziehen und dabei zu überlegen, wie Sie ohne diese Strategie arbeiten würden. Trotz der Hilfe der TWINS ist dieses Sudoku eher für Fortgeschrittene gedacht, die *Hidden Singles* auch in Reihen finden können sowie *Naked Pairs* und *Hidden Pairs* beherrschen. Die konsequente Anwendung der TWINS führt jedoch zur Lösung, so dass sich auch die weniger Geübten unter Ihnen daran wagen dürfen!

Facit und Zusammenfassung

1. TWINS unterstützt sowohl die direkten Methoden als auch die einfachen Paarmethoden. Es ist keine neuartige Lösungsmethode. Es ist eine Strategie, eine Gedächtnisstütze und eine Möglichkeit, wie man sozusagen „halbe“ Treffer systematisch nutzen kann, indem man sie vermerkt und sofort in „ganze“ Treffer umwandelt, wenn es die Situation ergibt. Und (ich habe es getestet) man löst das Sudoku damit schneller.
2. TWINS vermeidet das Eintragen überflüssiger Kandidaten, andererseits: Auch bei Sudokus, die eigentlich keinen Kandidateneintrag benötigen, nutzt es auf sparsamste Weise jene Kandidaten, welche die Lösung eleganter gestalten.
3. TWINS ist also ein Mittelweg zwischen „möglichst keine Kandidaten“ und „wenn, dann alle Kandidaten“.
4. Darüber hinaus nutzt die TWINS-Strategie ganz beiläufig die Logik der *Naked Pairs*, *Hidden Pairs* und *Pointing Pairs* und anderer Paarmethoden, selbst wenn diese zur

Lösung nicht unbedingt erforderlich sind. Sie ergeben sich von selbst und vereinfachen den Lösungsweg erheblich.

Anschrift des Autors:

Detlev Bölter

Schillerstr. 36, 74072 Heilbronn

db@boelters.de

Ich freue mich über Rückmeldungen!!

Eine Anmerkung (und Referenz):

Der Autor hat ein Programm entwickelt, mit dem man Sudokus importieren sowie eigene Sudokus auf unterschiedliche Art, mit und ohne Symmetrie erstellen und logisch(!) lösen kann. Man kann Sudokus spiegeln, rotieren und die Ziffern, Reihen und Spalten austauschen, ohne die innere Struktur des Sudoku zu verändern. "Sudoku Classic" umfasst alle Standard-Lösungstechniken sowie fortgeschrittene Methoden bis hin zu „Swordfish“, „Unique Rectangles“, „XYZ-Wing“, „Nishio“ und mehr. Es ist einschließlich einer Bibliothek von ca. 700 Sudokus zum Download und als Freeware im Internet zu finden, *jedoch nur für den Macintosh (Classic-Programm)*:

www.boelters.de/Sudoku.html

Anhang

Das Sudoku aus dem Beispiel, zum Mitschreiben bei der Lösung mittels „TWINS“:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		3						4	
2		4	2				9	3	
3	1			6		4			2
4		2			8			9	
5			7				1		
6		1	5				8	2	
7	5			1		2			9
8									
9	3			4		6			8

Und hier ein weiteres Sudoku, bei dem TWINSgroßen Nutzen bringt:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1								4	1
2	3								
3								7	
4		4			7				
5				6			3		
6			1				5		
7	6			5			2		
8	9	7							
9				3		1			

Hier das dritte Beispiel, das zu Beginn keinen direkten Treffer erlaubt. Sie können 213 Kandidaten eintragen oder es mit TWINSversuchen! Das Sudoku ist eine hübsche Nuss und zeigt vor allem Fortgeschrittenen die Vorteile der Strategie.

(Ein kleine Hilfe für weniger Geübte: Sobald Sie die 2 in der ersten Reihe gefunden haben (ein „Hidden Single“), ergibt sich im gleichen Block und in der gleichen Reihe ein „Naked Pair“. Sie finden es dieses eine Mal nicht mittels „TWINS“, sondern durch normales Scannen von Reihen und Spalten, also mit der Frage: „Welche Ziffer fehlt hier?“ Dieses Mal sind es zwei gleiche. Das ergibt dann als Folge ein weiteres „Naked Pair“ in der Reihe, das sich jedoch bald zu Treffern auflöst.

Beachten Sie auch, wie Sie die 9 in Block 5 finden: Allein durch die Hilfe von 9er-TWINS in anderen Blocks! Vergleichen Sie mit dem ersten Beispiel-Sudoku, Ziffer 3)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	9					7		1
2						7		4	
3		4				8			
4	4		2					7	3
5				2					
6	8	1		6			4		
7			1			2			5
8	5	8					9		
9						6		1	